NGHIÊN CỨU CÁC TÍNH CHẤT PHI CỔ ĐIỂN CỦA TRẠNG THÁI THÊM VÀ BỚT MỘT PHOTON LÊN HAI MODE KẾT HỢP LẺ

Đỗ Thị Bé Hạnh[1]
Nguyễn Duy Anh Tuấn[2]

TÓM TẮT

Trong bài báo cáo này, chúng tôi khảo sát các tính chất phi cổ điển của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ. Kết quả khảo sát cho thấy trong trạng thái này tồn tại nén tổng và tính phản kết chùm, có vi phạm bất đẳng thức Cauchy - Schwarz, nhưng trạng thái này không nén hiệu hai mode. Ngoài ra, kết quả còn cho thấy trạng thái này thỏa mãn tiêu chuẩn đan rối Hyunchul Nha - Jeawan Kim. So với trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon thì trạng thái này thể hiện tính nén tổng và vi phạm bất đẳng thức Cauchy - Schwarz mạnh hơn.

Từ khóa*: Nén tổng hai mode, sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy - Schwarz, điều kiện đan rối Hyunchul Nha – Jeawan Kim*

1. Giới thiệu

Năm 1970, Stoler [1] đưa ra khái niệm trạng thái nén và được khẳng định bằng thực nghiệm năm 1987. Vào năm 1991, Agarwal và Tara [2] đã đưa ý tưởng trạng thái kết hợp thêm photon đã chứng minh đó là trạng thái phi cổ điển, nó thể hiện tính phản kết chùm, hiệu ứng nén, tuân theo thống kê Sub-Poisson, tạo nên nền tảng cho lý thuyết quang lượng tử bây giờ và sau này. Việc nghiên cứu các trạng thái phi cổ điển về mặt lý thuyết lẫn thực nghiệm có ý nghĩa rất quan trọng trong việc tăng độ chính xác và làm cơ sở cho việc nghiên cứu và áp dụng vào các lĩnh vực như: vật lý chất rắn, quang lượng tử, thông tin lượng tử, máy tính lượng tử.

Thêm và bớt photon vào một trạng thái vật lý là một phương pháp quan trọng tạo ra trạng thái phi cổ điển mới đó là trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ có dạng

$$\left|\psi\right\rangle_{ab} = N_{\alpha\beta}\left(\hat{a}^{\dagger} + b\right)\left(\left|\alpha\right\rangle_a\left|\beta\right\rangle_b - \left|\beta\right\rangle_a\left|\alpha\right\rangle_b\right) \quad (1)$$

trong đó $\hat{a}^{\dagger}$ là toán tử sinh đối với mode *a* và $\hat{b}$ là toán tử hủy đối với mode *b*, $N_{\alpha\beta}$ là hệ số chuẩn hóa

$$N_{\alpha,\beta} = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{\left[\left|\alpha\right|^2 + \left|\beta\right|^2 - x\left(\alpha^*\beta + \beta^*\alpha\right)\right] + \left[\left(1-x\right)\left(\alpha^*\beta^* + \alpha\beta + 1\right)\right]}} \quad (2)$$

[1]Trường Đại học Sư Phạm - Đại học Huế
[2]Trường Đại học Đồng Nai
Email: nguyenduyanhtuan@gmail.com

Việc khảo sát các tính chất phi cổ điển của trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon [3] đã được tác giả Nguyễn Thanh Pháp nghiên cứu. Tuy nhiên, việc nghiên cứu các tính chất phi cổ điển của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ vẫn chưa được đề cập đến. Vì vậy trong bài báo này, chúng tôi tiến hành khảo sát các tính chất phi cổ điển của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ.

2. Tính chất nén của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ

2.1. Nén tổng hai mode

Nén tổng hai mode được Hillery [4] đưa ra vào năm 1989. Một trạng thái được gọi là nén tổng có thể viết dưới dạng sau

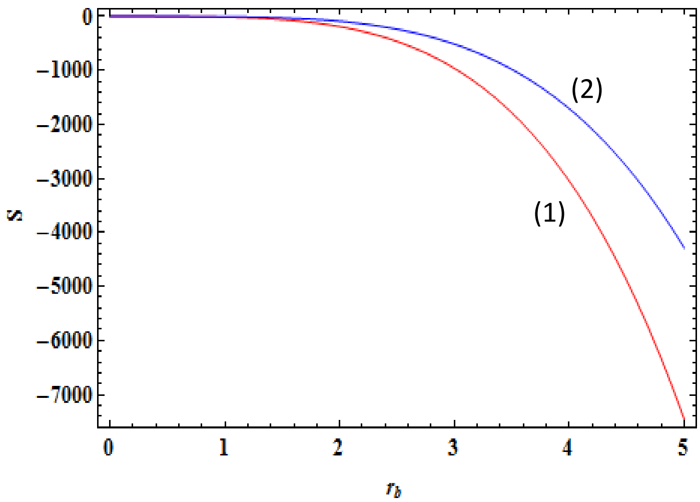
$$S = \left\langle \hat{V}_\varphi^2 \right\rangle - \left\langle \hat{V}_\varphi \right\rangle^2 - \frac{1}{4}\left(\hat{n}_a + \hat{n}_b + 1\right) < 0, \quad (3)$$

trong đó $\hat{V}_\varphi = \frac{1}{2}\left(e^{i\varphi}\hat{a}^\dagger\hat{b}^\dagger + e^{-i\varphi}\hat{a}\hat{b}\right)$, $\hat{n}_a = \hat{a}^\dagger\hat{a}$ và $\hat{n}_b = \hat{b}^\dagger\hat{b}$. Với trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ, hệ số nén tổng có dạng

$$\begin{aligned}
S =& \left[4\left(|\alpha|^2 + |\beta|^2 - x\left(\alpha^*\beta + \beta^*\alpha\right) + (1-x)\left(\alpha\beta + \alpha^*\beta^* + 1\right)\right)\right]^{-1} \\
&\times\Big\{\left(2|\alpha|^2|\beta|^2 + 2 + e^{2i\varphi}\alpha^{*2}\beta^{*2} + e^{-2i\varphi}\alpha^2\beta^2\right) \\
&\times\left[\left(|\alpha|^2 + |\beta|^2 - x\left(\alpha^*\beta + \beta^*\alpha\right)\right) + (1-x)\left(\alpha\beta + \alpha^*\beta^* + 1\right)\right] \\
&+ 2(1-x)\left[e^{2i\varphi}\alpha^{*2}\beta^{*2} + e^{-2i\varphi}\alpha^2\beta^2 - \left(\alpha\beta + \alpha^*\beta^* + 1\right) + 2|\alpha|^2|\beta|^2\right] \\
&+\left(|\alpha|^2 + |\beta|^2 - x\left(\alpha^*\beta + \beta^*\alpha\right)\right)\left[\alpha\beta + \alpha^*\beta^* + \alpha^*\beta^* e^{2i\varphi} + \alpha\beta e^{-2i\varphi} - 1\right]\Big\} \\
&-\Big\{\left[2\left(|\alpha|^2 + |\beta|^2 - x\left(\alpha^*\beta + \beta^*\alpha\right) + (1-x)\left(\alpha\beta + \alpha^*\beta^* + 1\right)\right)\right]^{-1} \\
&\times\left[|\alpha|^2 + |\beta|^2 - x\left(\alpha^*\beta + \beta^*\alpha\right)\right]\left[2\left(\alpha^*\beta^* e^{i\varphi} + \alpha\beta e^{-i\varphi}\right) + e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}\right] \\
&+\left[(1-x)\left(\alpha\beta + \alpha^*\beta^* + 2\right)\left(\alpha^*\beta^* e^{i\varphi} + \alpha\beta e^{-i\varphi}\right)\right]\Big\}^2
\end{aligned} \quad (4)$$

Để khảo sát tính nén tổng, ta đặt $\alpha = r_a \exp\left(i\varphi_a\right)$, $\beta = r_b \exp\left(i\varphi_b\right)$, $x = \exp\left(-|\alpha-\beta|^2\right)$ và $\varphi = \varphi_a - \varphi_b$, thay vào biểu thức (4) ta được:

$$
\begin{aligned}
S = \{ & 4\left(r_a^2 + r_b^2 - \exp\left[-r_a^2 - r_b^2 + 2r_a r_b \cos\varphi\right] 2r_a r_b \cos\varphi \right. \\
& \left. + \left(1 - \exp\left[-r_a^2 - r_b^2 + 2r_a r_b \cos\varphi\right]\right)\left(2r_a r_b \cos(\varphi_a + \varphi_b) + 1\right)\right\}^{-1} \\
& \times \left\{\left(2r_a^2 r_b^2 + 2 + 2r_a^2 r_b^2 \cos(4\varphi_b)\right)\right. \\
& \times \left[\left(r_a^2 + r_b^2 - \exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_a r_b \cos\varphi\right) 2r_a r_b \cos\varphi\right)\right. \\
& \left. + \left(1 - \exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_a r_b \cos\varphi\right)\right)\left(2r_a r_b \cos(\varphi_a + \varphi_b) + 1\right)\right] \\
& + 2\left(1 - \exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_a r_b \cos\varphi\right)\right) \times \left[2r_a^2 r_b^2 \cos(4\varphi_b)\right. \\
& \left. - \left[2r_a r_b \cos(\varphi_a + \varphi_b) + 1\right] + 2r_a^2 r_b^2\right] \\
& + \left[r_a^2 + r_b^2 - \exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_a r_b \cos\varphi\right) 2r_a r_b \cos\varphi\right] \\
& \left. \times \left[2r_a r_b \cos(\varphi_a + \varphi_b) + 2r_a r_b \cos(\varphi_a - 3\varphi_b) - 1\right]\right\} \\
& - \left\{\left[2\left[r_a^2 + r_b^2 - \exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_a r_b \cos\varphi\right) 2r_a r_b \cos\varphi\right.\right.\right. \\
& \left.\left. + \left(1 - \exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_a r_b \cos\varphi\right)\right)\left(2r_a r_b \cos(\varphi_a + \varphi_b) + 1\right)\right]\right]^{-1} \\
& \times \left[r_a^2 + r_b^2 - \exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_a r_b \cos\varphi\right) 2r_a r_b \cos\varphi\right]\left[4.r_a r_b \cos(2\varphi_b) + 2\cos\varphi\right] \\
& \left. + \left[\left(1 - \exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_a r_b \cos\varphi\right)\right) \times \left(2r_a r_b \cos(\varphi_a + \varphi_b) + 2\right) 2r_a r_b \cos(2\varphi_b)\right]\right\}^2
\end{aligned} \tag{5}
$$



Hình 1: *Đồ thị khảo sát nén tổng hai mode của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ (đường (1)) và trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon (đường (2)), với điều kiện khảo sát là*

$r_a = 2r_b$, $\varphi_a = 2\varphi_b$ và $\varphi_b = \pi/2$

Hình 1 cho thấy cả hai trạng thái đều nén tổng. Tuy nhiên trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ có tính nén tổng hai mode mạnh hơn.

2.2. Nén hiệu hai mode

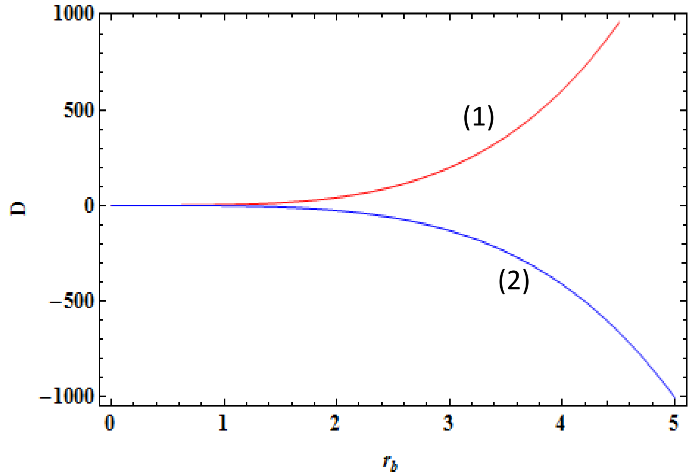
Nén hiệu hai mode được Hillery [4] đưa ra vào năm 1989. Một trạng thái được gọi là nén hiệu có thể viết dưới dạng sau

$$D = \left\langle \hat{W}_\varphi^2 \right\rangle - \left\langle \hat{W}_\varphi \right\rangle^2 - \frac{1}{4}\left(\hat{n}_a - \hat{n}_b\right) < 0, \tag{6}$$

trong đó $\hat{W}_\varphi = \frac{1}{2}\left(e^{i\varphi}\hat{a}\hat{b}^\dagger + e^{-i\varphi}\hat{a}^\dagger\hat{b}\right)$, $\hat{n}_a = \hat{a}^\dagger\hat{a}$ và $\hat{n}_b = \hat{b}^\dagger\hat{b}$. Với trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ, hệ số nén hiệu có dạng

$$\begin{aligned}
D = {} & \frac{1}{4}\Big\{2\left[r_a^2 + r_b^2 - \exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_ar_b\cos\varphi\right)2r_ar_b\cos\varphi\right] \\
& +\left(1-\exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_ar_b\cos\varphi\right)\right)\left(2r_ar_b\cos\left(\varphi_a+\varphi_b\right)+1\right)\Big]\Big\}^{-1} \\
& \times\Big\{2\left(r_a^4 + r_b^4 - \exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_ar_b\cos\varphi\right)2r_a^2r_b^2\cos\left(2\varphi_a - 2\varphi_b\right)\right) \\
& + 2\cos(2\varphi)2r_a^2r_b^2\cos\left(2\varphi_a - 2\varphi_b\right)\left(r_a^2 + r_b^2\right) \\
& - \exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_ar_b\cos\varphi\right)2\cos(2\varphi)2r_ar_b\cos\varphi\left(r_a^4 + r_b^4\right) \\
& + \left(2r_ar_b\cos\left(\varphi_a+\varphi_b\right)+3\right)2\cos(2\varphi)\Big[2r_a^2r_b^2\cos\left(2\varphi_a - 2\varphi_b\right) \\
& - \exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_ar_b\cos\varphi\right)\left(r_a^4 + r_b^4\right)\Big] + 2\left(2r_ar_b^3\cos\left(3\varphi_a - 5\varphi_b\right)\right. \\
& \left. + 2r_a^3r_b\cos\left(\varphi_a+\varphi_b\right)\right) - 2\exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_ar_b\cos\varphi\right) \\
& \times\left(2r_a^4\cos\left(2\varphi_a\right) + 2r_b^4\cos\left(2\varphi_a - 4\varphi_b\right)\right) \\
& + 4r_a^2r_b^2\left\{r_a^2 + r_b^2 - \exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_ar_b\cos\varphi\right)2r_ar_b\cos\varphi\right\} \\
& + 4r_a^2r_b^2\left(1-\exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_ar_b\cos\varphi\right)\right)\left(2r_ar_b\cos\left(\varphi_a+\varphi_b\right)+4\right) \\
& + 4\left[r_a^2 + r_b^2 - \exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_ar_b\cos\varphi\right)2r_ar_b\cos\varphi\right]\left(2r_ar_b\cos\left(\varphi_a+\varphi_b\right)+1\right)\Big\} \\
& - \frac{1}{4}\Big\{\Big\{2\Big[\left(r_a^2 + r_b^2 - \exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_ar_b\cos\varphi\right)2r_ar_b\cos\varphi\right) \\
& +\left(1-\exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_ar_b\cos\varphi\right)\right)\left(2r_ar_b\cos\left(\varphi_a+\varphi_b\right)+1\right)\Big]\Big\}^{-1} \\
& \times\left(1-\exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_ar_b\cos\varphi\right)\right)2\cos\varphi 2r_ar_b\cos\varphi\left(r_a^2 + r_b^2\right) \\
& + \left[2r_ar_b\cos\varphi - \exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_ar_b\cos\varphi\right)\left(r_a^2 + r_b^2\right)\right] \\
& \times\left(2r_ar_b\cos\left(\varphi_a+\varphi_b\right)+2\right)2\cos\varphi + \left(1-\exp\left(-r_a^2 - r_b^2 + 2r_ar_b\cos\varphi\right)\right) \\
& \times\left(2r_a^2\cos\left(\varphi_a+\varphi_b\right) + 2r_b^2\cos\left(3\varphi_b - \varphi_a\right)\right)\Big\}^2
\end{aligned} \tag{7}$$

Trạng thái gọi là nén hiệu khi hệ số nén hiệu D trong biểu thức (7) nhân giá trị âm. Tiến hành khảo sát nén hiệu hai mode của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ (đường (1)) và trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon (đường (2)) với điều kiện khảo sát là $r_a = 2r_b, \varphi_b = \frac{\pi}{3}, \ \varphi_a = \pi$.



Hình 2: *Đồ thị khảo sát nén hiệu hai mode của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ, với điều kiện khảo sát là* $r_a = 2r_b, \varphi_b = \frac{\pi}{3}, \ \varphi_a = \pi$

Hình 2 cho thấy trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ không có tính nén hiệu hai mode. Hai trạng thái này gần như đối lập nhau.

3. Sự vi phạm bất đẳng chức Cauchy – Schwarz và tính chất kết chùm của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ

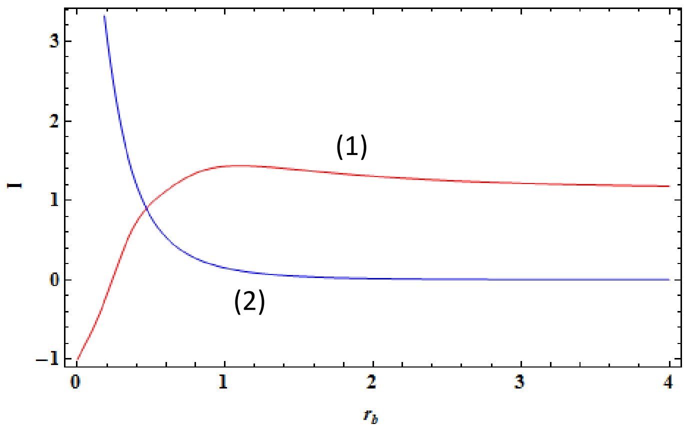
3.1. Sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy - Schwarz

Điều kiện trạng thái hai mode tồn tại sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy – Schwarz có dạng

$$I = \frac{\left[\left\langle \hat{a}^{\dagger 2}\hat{a}^{2}\right\rangle\left\langle \hat{b}^{\dagger 2}\hat{b}^{2}\right\rangle\right]^{1/2}}{\left|\left\langle \hat{a}^{\dagger}\hat{a}\hat{b}^{\dagger}\hat{b}\right\rangle\right|} - 1 < 0. \quad (8)$$

Tính các giá trị trong công thức (8) của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ, ta thu được kết quả sau

$$
\begin{aligned}
I = \Big\{ \Big\{ \Big[& \left(r_a^{\,6} + r_b^{\,6} - \exp(-r_a^{\,2} - r_b^{\,2} + 2r_a r_b \cos\varphi) 2r_a^{\,3} r_b^{\,3} \cos(3\varphi_a - 3\varphi_b) \right) \\
& + r_a^{\,4} r_b^{\,2} + r_a^{\,2} r_b^{\,4} + \left(2r_a r_b \cos(\varphi_a + \varphi_b) + 5 \right) \\
& \times \left(r_a^{\,4} + r_b^{\,4} - \exp(-r_a^{\,2} - r_b^{\,2} + 2r_a r_b \cos\varphi) 2r_a^{\,2} r_b^{\,2} \cos(2\varphi_a - 2\varphi_b) \right) \\
& + 2\left(r_a^{\,2} + r_b^{\,2} \right) \left(2r_a r_b \cos(\varphi_a + \varphi_b) + 2 \right) - \exp(-r_a^{\,2} - r_b^{\,2} + 2r_a r_b \cos\varphi) \\
& \times \left(8 + r_a^{\,2} r_b^{\,2} \right) 2r_a r_b \cos\varphi \Big] \Big[r_a^{\,2} r_b^{\,2} \Big(r_a^{\,2} + r_b^{\,2} \\
& - \exp(-r_a^{\,2} - r_b^{\,2} + 2r_a r_b \cos\varphi) 2r_a r_b \cos\varphi \Big) + \left(1 + 2r_a r_b \cos(\varphi_a + \varphi_b) \right) \\
& \times \left(r_a^{\,4} + r_b^{\,4} - \exp(-r_a^{\,2} - r_b^{\,2} + 2r_a r_b \cos\varphi) 2r_a^{\,2} r_b^{\,2} \cos(2\varphi_a - 2\varphi_b) \right) \\
& + (r_a^{\,6} + r_b^{\,6} - \exp(-r_a^{\,2} - r_b^{\,2} + 2r_a r_b \cos\varphi) 2r_a^{\,3} r_b^{\,3} \cos(3\varphi_a - 3\varphi_b)) \Big] \Big\}^{\frac{1}{2}} \\
& \times \Big[\left(r_a^{\,2} + r_b^{\,2} - \exp(-r_a^{\,2} - r_b^{\,2} + 2r_a r_b \cos\varphi) 2r_a r_b \cos\varphi \right) \\
& \times \left(1 + 2r_a r_b \cos(\varphi_a + \varphi_b) + 2r_a^{\,2} r_b^{\,2} \right) + 2r_a^{\,2} r_b^{\,2} \\
& \times \left(1 - \exp(-r_a^{\,2} - r_b^{\,2} + 2r_a r_b \cos\varphi) \right) \left(2r_a r_b \cos(\varphi_a + \varphi_b) + 3 \right) \Big]^{-1} \Big\} - 1 . \qquad (9)
\end{aligned}
$$



Hình 3: *Đồ thị khảo sát sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy - Schwarz của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ (đường (1)) và trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon (đường (2)), với điều kiện khảo sát là*

$$r_a = 2r_b, \varphi_a = \pi \text{ và } \varphi_b = \pi/4$$

Hình 3 cho thấy trong cùng một điều kiện khảo sát chỉ có trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ vi phạm bất đẳng thức Cauchy - Shwarz.

3.2. Tính phản kết chùm

Tính phản kết chùm được Lee [5] đưa ra vào năm 1990. Điều kiện để tồn tại tính phản kết chùm là

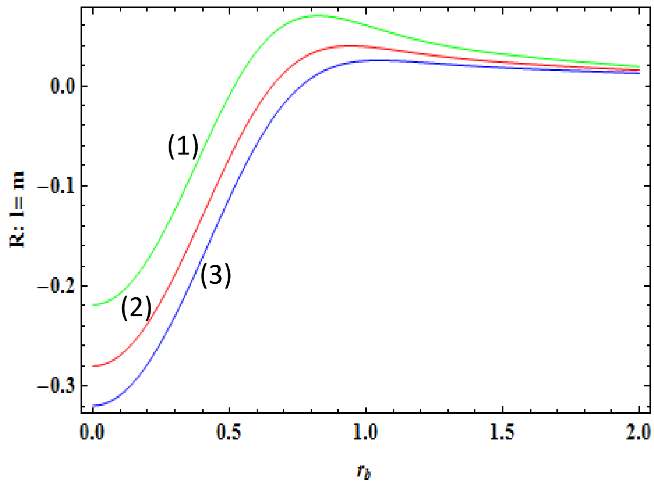
$$R_{ab}(l,m)=\frac{\left\langle \hat{n}_a{}^{(l+1)}\right\rangle\left\langle \hat{n}_b{}^{(m-1)}\right\rangle+\left\langle \hat{n}_a{}^{(m-1)}\right\rangle\left\langle \hat{n}_b{}^{(l+1)}\right\rangle}{\left\langle \hat{n}_a{}^{(l)}\right\rangle\left\langle \hat{n}_b{}^{(m)}\right\rangle+\left\langle \hat{n}_a{}^{(m)}\right\rangle\left\langle \hat{n}_b{}^{(l)}\right\rangle}-1<0 \quad (10)$$

với $l \geq m > 0$; l,m là số nguyên, $\hat{n}_a=\hat{a}^\dagger\hat{a}$ và $\hat{n}_b=\hat{b}^\dagger\hat{b}$. Trong trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ, biểu thức phản kết chùm tổng quát có dạng sau

$$\begin{aligned}
R_{ab}(l,\mathrm{m}) = &\Big\{|\alpha|^2|\beta|^2\Big[|\alpha|^2+|\beta|^2+2(l+m+1)\Big]\Big(|\alpha|^{2l}|\beta|^{2(m-2)}+|\alpha|^{2(m-2)}|\beta|^{2l}\Big)\\
&+\Big[(l+1)^2+(l+1)\big(\alpha\beta+\alpha^*\beta^*\big)\Big]\Big[|\alpha|^{2l}|\beta|^{2(m-1)}+|\alpha|^{2(m-1)}|\beta|^{2l}\\
&-x\Big(\alpha^{*l}\beta^l\beta^{*(m-1)}\alpha^{(m-1)}\Big)+\beta^{*l}\alpha^l\alpha^{*(m-1)}\beta^{(m-1)}\Big)\Big]+\Big[(m-1)^2\\
&+(m-1)\times\big(\alpha\beta+\alpha^*\beta^*\big)\Big]\Big[|\beta|^{2(l+1)}|\alpha|^{2(m-2)}+|\alpha|^{2(l+1)}|\beta|^{2(m-2)}\\
&-x\Big(\alpha^{*(m-2)}\beta^{(m-2)}\beta^{*(l+1)}\alpha^{(l+1)}+\beta^{*(m-2)}\alpha^{(m-2)}\alpha^{*(l+1)}\beta^{(l+1)}\Big)\Big]\\
&+2\big(\alpha\beta+\alpha^*\beta^*\big)\Big[|\alpha|^{2(l+1)}|\beta|^{2(m-1)}+|\beta|^{2(l+1)}|\alpha|^{2(m-1)}\\
&-x\Big(\alpha^{*(l+1)}\beta^{(l+1)}\beta^{*(m-1)}\alpha^{(m-1)}+\beta^{*(l+1)}\alpha^{(l+1)}\alpha^{*(m-1)}\beta^{(m-1)}\Big)\Big]\\
&-x2(l+m+1)|\alpha|^2|\beta|^2\Big(\alpha^{*l}\beta^l\beta^{*(m-2)}\alpha^{(m-2)}+\beta^{*l}\alpha^l\alpha^{*(m-2)}\beta^{(m-2)}\Big)\\
&-x|\alpha|^2|\beta|^2\Big(\alpha^{*(l+1)}\beta^{(l+1)}\beta^{*(m-2)}\alpha^{(m-2)}+\beta^{*(l+1)}\alpha^{(l+1)}\alpha^{*(m-2)}\beta^{(m-2)}\Big)\\
&+\Big[|\alpha|^{2(l+1)}|\beta|^{2m}+|\beta|^{2(l+1)}|\alpha|^{2m}-x\Big(\alpha^{*(l+1)}\beta^{(l+1)}\beta^{*m}\alpha^m+\beta^{*(l+1)}\alpha^{(l+1)}\alpha^{*m}\beta^m\Big)\Big]\\
&-x|\alpha|^2|\beta|^2\Big(\beta^{*l}\alpha^l\alpha^{*(m-1)}\beta^{(m-1)}+\alpha^{*l}\beta^l\beta^{*(m-1)}\alpha^{(m-1)}\Big)+\Big[|\alpha|^{2(m-1)}|\beta|^{2(l+2)}\\
&+|\beta|^{2(m-1)}|\alpha|^{2(l+2)}-x\Big(\alpha^{*(m-1)}\beta^{(m-1)}\times\beta^{*(l+2)}\alpha^{(l+2)}+\beta^{*(m-1)}\alpha^{(m-1)}\alpha^{*(l+2)}\beta^{(l+2)}\Big)\Big]\Big\}\\
&\times\Big\{|\alpha|^2|\beta|^2\Big[|\alpha|^2+|\beta|^2+2(l+m+1)\Big]\Big(|\alpha|^{2(l-1)}|\beta|^{2(m-1)}+|\beta|^{2(l-1)}\\
&|\alpha|^{2(m-1)}\Big)+\Big(l^2+l\alpha\beta+l\alpha^*\beta^*\Big)\Big[|\alpha|^{2(l-1)}|\beta|^{2m}+|\alpha|^{2m}|\beta|^{2(l-1)}\\
&-x\Big(\alpha^{*(l-1)}\beta^{(l-1)}\beta^{*m}\alpha^m+\beta^{*(l-1)}\alpha^{(l-1)}\alpha^{*m}\beta^m\Big)\Big]+\Big(m^2+m\alpha\beta+m\alpha^*\beta^*\Big)\\
&\times\Big[|\beta|^{2l}|\alpha|^{2(m-1)}+|\alpha|^{2l}|\beta|^{2(m-1)}-x\Big(\alpha^{*(m-1)}\beta^{(m-1)}\beta^{*l}\alpha^l+\beta^{*(m-1)}\\
&\times\alpha^{(m-1)}\alpha^{*l}\beta^l\Big)\Big]+2\big(\alpha\beta+\alpha^*\beta^*\big)\Big[|\alpha|^{2l}|\beta|^{2m}+|\beta|^{2l}|\alpha|^{2m}\\
&-x\Big(\alpha^{*l}\beta^l\beta^{*m}\alpha^m+\beta^{*l}\alpha^l\alpha^{*m}\beta^m\Big)\Big]-2x(l+m+1)|\alpha|^2\\
&\times|\beta|^2\Big(\alpha^{*(l-1)}\beta^{(l-1)}\beta^{*(m-1)}\alpha^{(m-1)}+\beta^{*(l-1)}\alpha^{(l-1)}\alpha^{*(m-1)}\beta^{(m-1)}\Big)\\
&-x|\alpha|^2|\beta|^2\Big(\alpha^{*l}\beta^l\beta^{*(m-1)}\alpha^{(m-1)}+\beta^{*l}\alpha^l\alpha^{*(m-1)}\beta^{(m-1)}\Big)
\end{aligned}$$

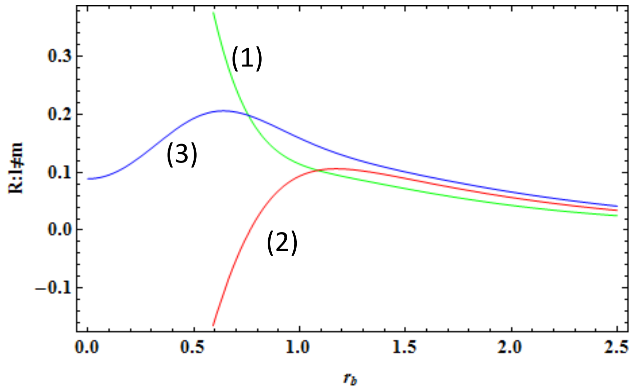
$$-x|\alpha|^2|\beta|^2\left(\beta^{*(l-1)}\alpha^{(l-1)}\alpha^{*m}\beta^m+\alpha^{*(l-1)}\beta^{(l-1)}\beta^{*m}\alpha^m\right)$$
$$+\left[|\alpha|^{2l}|\beta|^{2(m+1)}+|\beta|^{2l}|\alpha|^{2(m+1)}-x\left(\alpha^{*l}\beta^l\beta^{*(m+1)}\alpha^{(m+1)}\right.\right.$$
$$\left.\left.+\beta^{*l}\alpha^l\alpha^{*(m+1)}\beta^{(m+1)}\right)\right]+\left[|\alpha|^{2m}|\beta|^{2(l+1)}+|\beta|^{2m}|\alpha|^{2(l+1)}\right.$$
$$\left.\left.-x\left(\alpha^{*m}\beta^m\beta^{*(l+1)}\alpha^{(l+1)}+\beta^{*m}\alpha^m\alpha^{*(l+1)}\beta^{(l+1)}\right)\right]\right\}^{-1}-1.$$

Để thuận tiện cho việc khảo sát chúng ta đặt $\alpha=r_a\exp(i\varphi_a)$, $\beta=r_b\exp(i\varphi_b)$. Bây giờ chúng ta sẽ khảo sát tính phản kết chùm của trạng thái này.



Hình 4: *Đồ thị khảo sát sự phụ thuộc của* $R_{ab}(4,4)$, $R_{ab}(5,5)$, $R_{ab}(6,6)$ *vào biên độ* r_b *và* φ_b *,với* $r_a=r_b,\varphi_a=\pi$, $\varphi_b=\frac{\pi}{3}$. *Các tham số được chọn theo thứ tự tương ứng với đường (1), (2), (3)*

Theo đồ thị hình 4 kết quả cho thấy khảo sát tính chất phản kết chùm của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ trong trường hợp l = m, $R_{ab}(4,4)<R_{ab}(5,5)<R_{ab}(6,6)$, khi l, m càng lớn thì trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ thể hiện tính chất phản kết chùm càng mạnh.



Hình 5: *Đồ thị khảo sát sự phụ thuộc của* $R_{ab}(4,3)$, $R_{ab}(5,3)$, $R_{ab}(6,3)$ *vào biên độ* r_b *và* φ_b *,với* $r_a = r_b, \varphi_a = \pi\ , \varphi_b = \frac{\pi}{3}$. *Các tham số được chọn theo thứ tự tương ứng với đường (1), (2), (3)*

Theo đồ thị hình 5 kết quả cho thấy khảo sát tính chất phản kết chùm của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ trong trường hợp l # m, $R_{ab}(4,3) < R_{ab}(5,3) < R_{ab}(6,3)$, khi l - m càng tăng thì trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ thể hiện tính chất phản kết chùm càng mạnh [6].

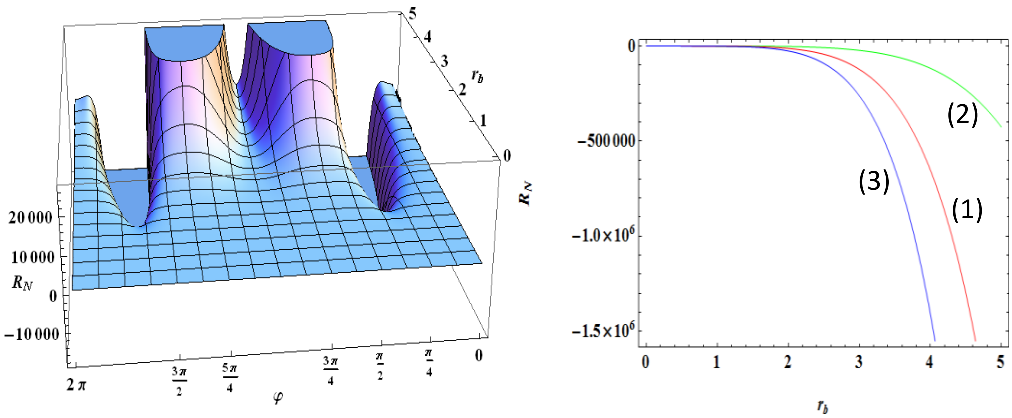
4. Tính đan rối của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ

Áp dụng điều kiện đan rối Hyunchul Nha – Jeawan Kim [7] cho trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ kết quả như sau

$$
\begin{aligned}
R_N = \{1 - & \frac{1}{\left[\left(r_a{}^2 + r_b{}^2 - x2r_ar_b\cos\varphi\right) + (1-x)\left(2r_ar_b\cos(\varphi_a+\varphi_b)+1\right)\right]} \\
& \times\left[2r_a{}^2r_b{}^2\cos(2\varphi_a-2\varphi_b)\left(r_a{}^2+r_b{}^2\right) - x2r_ar_b\cos\varphi\left(r_a{}^4+r_b{}^4\right)\right. \\
& +\left(2r_a{}^2r_b{}^2\cos(2\varphi_a-2\varphi_b) - x\left(r_a{}^4+r_b{}^4\right)\right)\left(2r_ar_b\cos(\varphi_a+\varphi_b)+3\right) \\
& +\left(2r_ar_b{}^3\cos(\varphi_a-3\varphi_b) + 2r_a{}^3r_b\cos(3\varphi_a-\varphi_b) - x\left(2r_a{}^4\cos(2\varphi_a)\right.\right. \\
& \left.\left.+2r_b{}^4\cos(2\varphi_b)\right)\right) - \left(r_a{}^4 + r_b{}^4 - x2r_a{}^2r_b{}^2\cos(2\varphi_a-2\varphi_b)\right) \\
& -2(1-x)\left(2r_ar_b\cos(\varphi_a+\varphi_b)+1\right) - 2r_a{}^2r_b{}^2(1-x) \\
& \times\left(2r_ar_b\cos(\varphi_a+\varphi_b)+4\right) - 2\left[r_a{}^2 + r_b{}^2 - x\,2r_ar_b\cos\varphi\right] \\
& \left.\times\left(2r_ar_b\cos(\varphi_a+\varphi_b) + 2 + r_a{}^2r_b{}^2\right)\right]\} \\
\times\{1 + & \frac{1}{\left[\left(r_a{}^2 + r_b{}^2 - x2r_ar_b\cos\varphi\right) + (1-x)\left(2r_ar_b\cos(\varphi_a+\varphi_b)+1\right)\right]} \\
& \times\left[2r_a{}^2r_b{}^2\cos(2\varphi_a-2\varphi_b)\left(r_a{}^2+r_b{}^2\right) - x2r_ar_b\cos\varphi\left(r_a{}^4+r_b{}^4\right)\right. \\
& +\left(2r_a{}^2r_b{}^2\cos(2\varphi_a-2\varphi_b) - x\left(r_a{}^4+r_b{}^4\right)\right)\left(2r_ar_b\cos(\varphi_a+\varphi_b)+3\right) \\
& +\left(2r_ar_b{}^3\cos(\varphi_a-3\varphi_b) + 2r_a{}^3r_b\cos(3\varphi_a-\varphi_b) - x\left(2r_a{}^4\cos(2\varphi_a)\right)\right.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+2r_b^{4}\cos(2\varphi_b))\big)+\big(r_a^{4}+r_b^{4}-x2r_a^{2}r_b^{2}\cos(2\varphi_a-2\varphi_b)\big)+2(1-x)\\
&\times\big(2r_ar_b\cos(\varphi_a+\varphi_b)+1\big)+2r_a^{2}r_b^{2}(1-x)\big(2r_ar_b\cos(\varphi_a+\varphi_b)+4\big)\\
&+2\big(r_a^{2}+r_b^{2}-x2r_ar_b\cos\varphi\big)\big(2r_ar_b\cos(\varphi_a+\varphi_b)+2+r_a^{2}r_b^{2}\big)\Big]\\
&-\frac{1}{\Big[\big(r_a^{2}+r_b^{2}-x2r_ar_b\cos\varphi\big)+(1-x)\big(2r_ar_b\cos(\varphi_a+\varphi_b)+1\big)\Big]^{2}}\\
&\times\Big[\big(r_a^{2}+r_b^{2}\big)\big(1-\exp(-r_a^{2}-r_b^{2}+2r_ar_b\cos\varphi)\big)\big(2r_ar_b\cos\varphi+1\big)\\
&+\big(2r_ar_b\cos\varphi-x\big(r_a^{2}+r_b^{2}\big)\big)\big(2r_ar_b\cos(\varphi_a+\varphi_b)+2\big)\Big]^{2}\Big\}\\
&-\Big[1+\frac{1}{\Big[\big(r_a^{2}+r_b^{2}-x2r_ar_b\cos\varphi\big)+(1-x)\big(2r_ar_b\cos(\varphi_a+\varphi_b)+1\big)\Big]}\\
&\times\big(r_a^{4}+r_b^{4}-2xr_a^{2}r_b^{2}\cos(2\varphi_a-2\varphi_b)\big)\\
&+\big(r_a^{2}+r_b^{2}-x2r_ar_b\cos\varphi\big)\big(2r_ar_b\cos(\varphi_a+\varphi_b)+3\big)\\
&+2(1-x)\big(2r_ar_b\cos(\varphi_a+\varphi_b)+1+r_a^{2}r_b^{2}\big)\Big]^{2},
\end{aligned}
$$

đồng thời đặt $\alpha=r_a\exp(i\varphi_a)$, $\beta=r_b\exp(i\varphi_b)$ và khảo sát theo biên độ r_b, với điều kiện khảo sát đồng thời $\varphi_a=2\varphi_b$, $\varphi=\frac{\pi}{4}$.



Hình 6: *Đồ thị khảo sát sự phụ thuộc của R_N theo biên độ r_b trong các trường hợp $r_a=r_b$ (đường (1)), $r_a=2r_b$ (đường (2)), $r_a=3r_b$ (đường (3))*

Theo đồ thị hình 6 kết quả cho thấy trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ hoàn toàn bị rối theo điều kiện đan rối Hyunchul Nha – Jeawan Kim [7] khi ta chọn các điều kiện thích hợp, và khi r_b càng tăng thì R_N càng âm, nghĩa là tính đan rối thể hiện càng mạnh.

5. Kết luận

Trong bài báo này, chúng tôi đã khảo sát tính chất phi cổ điển của trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ. Kết quả cho thấy trạng thái này thể hiện tính chất nén tổng mạnh hơn trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon, đồng thời trạng thái này có sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy - Schwarz cũng mạnh hơn trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon, tuy nhiên trạng thái này cũng không nén hiệu hai mode. Đối với tính phản kết chùm, tôi đã đưa ra tham số tổng quát, tiến hành khảo sát cho các trường hợp l=m và hiệu số l-m tăng dần. Kết quả khảo sát cho thấy, trong cả hai trường hợp khi l và m tăng thì tính phản kết chùm của trạng thái này càng mạnh hơn. Như vậy, trạng thái thêm và bớt một photon lên hai mode kết hợp lẻ là một trạng thái có tính chất phi cổ điển. Ngoài ra, trạng thái này là một trạng thái rối theo tiêu chuẩn đan rối Hyunchul Nha – Jeawan Kim.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Stoler. D. (1970), Phys. Rev. D,1, 3217

2. Agarwal. G. S. and Tara. K. (1991), Physical Review A, 43, pp. 492 - 497

3. Nguyễn Thanh Pháp (2014), "Khảo sát các tính chất phi cổ điển của trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon", Luận văn thạc sĩ, Đại học Sư phạm, Đại học Huế

4. Hillery. M. (1989), "Sum and diffrence squeezing of the eletromagnetic field", Physical Review A, 40, pp. 3147-3155

5. Lee. C. T. (1989), Physical Review A, 41, pp 1569 – 1575

6. Mandel. L. (1979), "Sub-Poissonian photon statistics in resonance fluorescence", Opt. Lett, 4, pp. 205-207

7. Hyunchul Nha and Jeawan Kim (2006), The American Physical Society, 74, 012317

STUDYING THE NONCLASSICAL PROPERTIES OF THE ONE-PHOTON-ADDED AND ONE-PHOTON-SUBTRACTED TWO-MODE ODD COHERENT STATE

ABSTRACT

This paper studies the nonclassical properties of the one-photon-added andone-photon-subtracted two-mode odd coherent state. The results showed that the one-photon-added and the one-photon-subtracted on the two-mode odd coherent state are very important and it may change the nonclassical properties of the state. In the *two-mode sumsqueezing and two-mode differences queezing conditions, the study detected that the state is two-mode sum squeezing but not two-mode difference squeezing. It showed that the state is antibunching and violation of the Cauchy-Schwarz inequality and that the one-photon-added andone-photon-subtracted two-mode odd coherent stateis completely entangled according to the Hillery–Zubairy and the Nha-Kim entanglement criteria.*

Keywords: *Sumsqueezing, differencesqueezing, Cauchy-Schwarz inequality, Hillery–Zubairy and Nha-Kim entanglement criteria*

(Received: 01/06/2017, Revised: 05/06/2017, Accepted for publication: 24/07/2017)