ĐỊNH LƯỢNG ĐỘ RỐI VÀ VIỄN TẢI LƯỢNG TỬ VỚI TRẠNG THÁI THÊM HAI VÀ BỚT MỘT PHOTON LÊN HAI MODE KẾT HỢP

Nguyễn Trường Sinh [1]
Trương Minh Đức [1]

TÓM TẮT

Trong bài báo này, chúng tôi khảo sát tính chất đan rối và định lượng độ rối của trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp bằng tiêu chuẩn Hillery-Zubairy bậc cao và tiêu chuẩn Entropy tuyến tính. Kết quả khảo sát cho thấy trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp là một trạng thái đan rối mạnh. Bằng việc sử dụng trạng thái này để viễn tải lượng tử một trạng thái kết hợp chúng tôi thấy rằng quá trình viễn tải là thành công khi chọn các tham số phù hợp và độ trung thực trung bình của quá trình viễn tải nằm trong khoảng từ $0{,}5 < F_{av} \le 1$.

Từ khóa: *Tiêu chuẩn đan rối Hillery – Zubairy bậc cao, tiêu chuẩn đan rối Entropy tuyến tính, khảo sát quá trình viễ tải lượng tử, độ trung thực trung bình của quá trình viễn tải lượng tử*

1. Giới thiệu

Trạng thái kết hợp được kí hiệu là $|\alpha\rangle$ do Glauber [1] và Sudar Shan [2] đưa ra vào năm 1963. Đó là trạng thái tương ứng với thăng giáng lượng tử nhỏ nhất suy ra từ hệ thức bất định Heisenberg.Vào năm 1991, Agarwal và Tara đã đề xuất ý tưởng về trạng thái kết hợp thêm photon [3] và cũng đã chứng minh được đây là một trạng thái phi cổ điển. Việc thêm và bớt photon vào một trạng thái vật lý là một phương pháp quan trọng để tạo ra một trạng thái phi cổ điển mới, từ đó mở ra những ứng dụng mới trong kỹ thuật, công nghệ thông tin lượng tử. Trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp được định nghĩa như sau

$$|\psi\rangle_{ab} = N_{\alpha\beta}\left(\hat{a}^{\dagger 2} + b\right)|\alpha\rangle_a |\beta\rangle_b, \tag{1}$$

trong đó $\hat{a}^{\dagger}$ là toán tử sinh đối với mode *a*, $\hat{b}$ là toán tử hủy đối với mode *b*, $N_{\alpha\beta}$ là hệ số chuẩn hóa

$$N_{\alpha\beta} = \frac{1}{\sqrt{2 + 4|\alpha|^2 + (\alpha^{*2} + \beta)(\alpha^2 + \beta^*)}}. \tag{2}$$

Việc nghiên cứu các tính chất phi cổ điển của trạng thái hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp đã được tác giả Nguyễn Minh Nhân [4] nghiên cứu. Tuy nhiên, việc định lượng độ rối và viễn tải lượng tử với trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp vẫn chưa được đề cập đến.Vì vậy, trong bài báo này chúng tôi tiến hành định lượng độ rối và viễn tải lượng tử với trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp.

[1]Trường Đại học Sư phạm – Đại học Huế
Email: tmduc2009@gmail.com

2. Định lượng độ rối của trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp

2.1. Định lượng độ rối bằng tiêu chuẩn đan rối Hillery-Zubairy bậc cao

Vào năm 2006, Hillery và Zubairy [5] đã kiểm tra phương sai tích các toán tử sinh và huỷ photon của các bất đẳng thức mà Hillery và Zubairy đã đưa ra và sự vi phạm của chúng chỉ ra sự đan rối trong hệ hai mode được cho bởi

$$\left\langle \hat{a}^{\dagger m}\hat{a}^{m}\hat{b}^{\dagger n}\hat{b}^{n}\right\rangle < \left|\left\langle \hat{a}^{m}\hat{b}^{\dagger n}\right\rangle\right|^{2}. \quad (3)$$

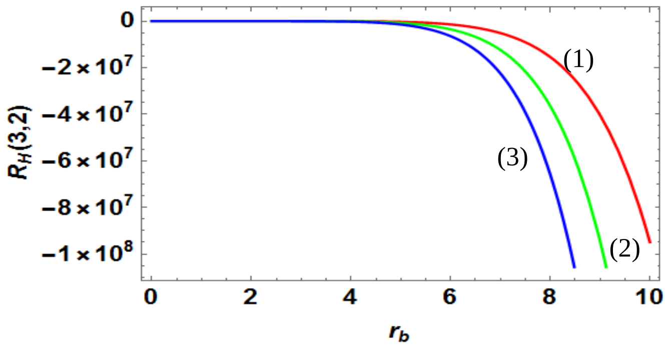
Để thuận tiện cho khảo sát chúng tôi đưa vào tham số đan rối R_H dưới dạng

$$R_H = \left\langle \hat{a}^{\dagger m}\hat{a}^{m}\hat{b}^{\dagger n}\hat{b}^{n}\right\rangle - \left|\left\langle \hat{a}^{m}\hat{b}^{\dagger n}\right\rangle\right|^{2}. \quad (4)$$

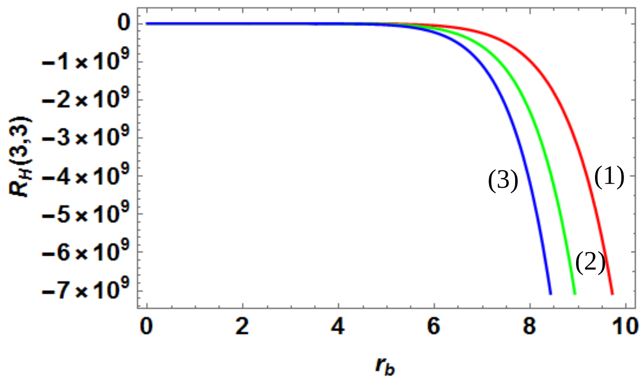
Một trạng thái bất kỳ được xem là trạng thái đan rối nếu $R_H < 0$ và R_H càng âm thì mức độ đan rối càng tăng, ngược lại nếu giá trị $R_H \geq 0$ thì điều đó có nghĩa rằng trạng thái đó không đan rối. Trong trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp thì R_H có dạng như sau:

$$\begin{aligned}
R_H(m,n) = {} & \left|N_{\alpha\beta}\right|^2 \Big\{ \Big(|\alpha|^{2(m+2)} + 2(m+2)|\alpha|^{2(m+1)} \\
& + (m+1)(m+2)|\alpha|^{2m} + 2m|\alpha|^{2(m+1)} + 4m(m+1)|\alpha|^{2m} \\
& + 2m^2(m+1)|\alpha|^{2(m-1)} + m(m-1)|\alpha|^{2m} \\
& + 2m^2(m-1)|\alpha|^{2(m-1)} + m^2(m-1)^2|\alpha|^{2(m-2)} \Big)|\beta|^{2n} \\
& + 2\mathrm{Re}\Big[\Big(\alpha^{*(m+2)}\alpha^{m} + 2m\alpha^{*(m+1)}\alpha^{(m-1)} \\
& + m(m-1)\alpha^{*m}\alpha^{(m-2)} \Big) \beta^{*(n+1)}\beta^{n} \Big] + |\alpha|^{2m}|\beta|^{2(n+1)} \Big\} \\
& - \left|N_{\alpha\beta}\right|^4 \Big\{ \Big(|\alpha|^4 + 2(m+2)|\alpha|^2 + (m+1)(m+2) \Big)\alpha^{m}\beta^{*n} \\
& + \Big(\alpha^{*2}\alpha^{m} + 2m\alpha^{*}\alpha^{(m-1)} + m(m-1)\alpha^{(m-2)} \Big)\beta^{*(n+1)} \\
& + \alpha^{(m+2)}\beta^{*n}\beta + \alpha^{m}\beta^{*(n+1)}\beta \Big\} \\
& \times \Big\{ \Big(|\alpha|^4 + 2(m+2)|\alpha|^2 + (m+1)(m+2) \Big)\alpha^{*m}\beta^{n} \\
& + \Big(\alpha^{2}\alpha^{*m} + 2m\alpha\alpha^{*(m-1)} + m(m-1)\alpha^{*(m-2)} \Big)\beta^{(n+1)} \\
& + \alpha^{*(m+2)}\beta^{n}\beta^{*} + \alpha^{*m}\beta^{(n+1)}\beta^{*} \Big\}.
\end{aligned} \quad (5)$$

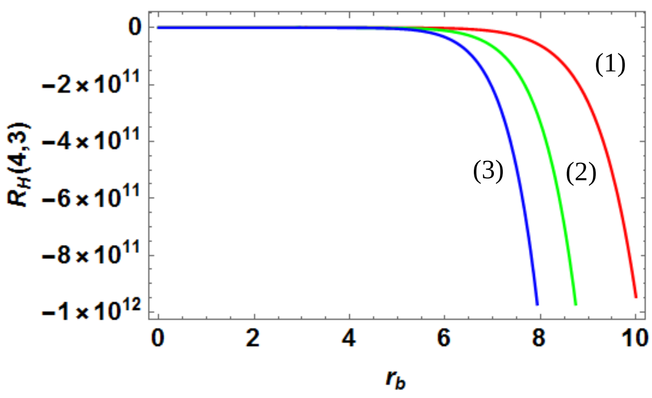
Để thuận tiện cho việc khảo sát quá trình đan rối, chúng tôi chọn các thông số $\alpha = r_a \exp(i\varphi_a)$, $\beta = r_b \exp(i\varphi_b)$ và khảo sát biểu thức (5) theo biên độ r_b và pha dao động φ_b với điều kiện khảo sát là $0 \leq r_b \leq 10$, $\varphi_a = 2\varphi_b$ và $\varphi_b = \dfrac{\pi}{2}$. Kết quả khảo sát tính đan rối của trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp được cho bởi các đồ thị sau:



Hình 1: *Khảo sát sự phụ thuộc của tham số R_H (3,2) vào biên độ kết hợp r_b trong các trường hợp r_a=r_b (đường (1)), r_a=1,5r_b (đường (2)) và r_a=2r_b (đường (3))*



Hình 2: *Khảo sát sự phụ thuộc của tham số R_H (3,3) vào biên độ kết hợp r_b trong các trường hợp r_a=r_b (đường (1)), r_a=1,5r_b (đường (2)) và r_a=2r_b (đường (3))*



Hình 3: *Khảo sát sự phụ thuộc của tham số R_H (4,3) vào biên độ kết hợp r_b trong các trường hợp r_a=r_b (đường (1)), r_a=1,5r_b(đường (2)) và r_a=2r_b (đường (3))*

Từ các đồ thị trên, ta thấy khi chọn cùng các tham số thì giá trị của R_H luôn luôn âm, tức là trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp hoàn toàn đan rối theo tiêu chuẩn Hillery và Zubairy bậc cao. Khi biên độ kết hợp r càng lớn thì R_H càng âm, tức là khả năng đan rối càng mạng.

2.2. Định lượng độ rối bằng tiêu chuẩn Entropy tuyến tính

Phép đo mức độ đan rối của một trạng thái lượng tử hỗn tạp được mô tả bởi một toán tử mật độ r_a thông qua entropy tuyến tính M. Entropy tuyến tính của một ma trận mật độ được xác định bởi

$$M = 1 - Tr(\hat{\rho}_a^2), \tag{6}$$

trong đó $Tr(\hat{\rho}_a^2)$ là phép lấy vết của ma trận mật độ rút gọn $\hat{\rho}_a$ bình phương. Một trạng thái đan rối càng mạnh nếu M càng gần đơn vị. Trạng thái đan rối đạt cực đại khi M=1, trạng thái không đan rối khi M=0.

Trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp được biểu diễn qua trạng thái Fock có dạng

$$\begin{aligned}
|\psi\rangle_{ab} &= N_{\alpha\beta}(\hat{a}^{\dagger 2} + \hat{b})|\alpha\rangle_a |\beta\rangle_b \\
&= N_{\alpha\beta} \exp\left(-\frac{|\alpha|^2 + |\beta|^2}{2}\right) \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{\alpha^n \beta^m}{\sqrt{n!m!}} \\
&\times \left(\sqrt{(n+1)(n+2)}\,|n+2, m\rangle_{ab} + \sqrt{m}\,|n, m-1\rangle_{ab}\right),
\end{aligned} \tag{7}$$

trong đó $N_{\alpha\beta}$ là hệ số chuẩn hoá cho bởi biểu thức (2)

Xét trường hợp tổng quát, ma trận mật độ $\hat{\rho}$ của trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp có dạng

$$\begin{aligned}
\hat{\rho} &= |\psi\rangle_{ab\,ba}\langle\psi| \\
&= |N_{\alpha\beta}|^2 \exp\left(-|\alpha|^2 - |\beta|^2\right) \sum_{l,p=0}^{\infty} \frac{\alpha^{*l} \beta^{*p}}{\sqrt{l!\,p!}} \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{\alpha^n \beta^m}{\sqrt{n!m!}} \\
&\times \left({}_{ba}\langle p, l+2|\sqrt{(l+1)(l+2)} + {}_{ba}\langle p-1, l|\sqrt{p}\right) \\
&\times \left(\sqrt{(n+1)(n+2)}\,|n+2, m\rangle_{ab} + \sqrt{m}\,|n, m-1\rangle_{ab}\right),
\end{aligned} \tag{8}$$

hay

$$\begin{aligned}
\hat{\rho} &= |N_{\alpha\beta}|^2 \exp\left(-|\alpha|^2 - |\beta|^2\right) \sum_{n,m,l,p=0}^{\infty} \frac{\alpha^n \beta^m \alpha^{*l} \beta^{*p}}{\sqrt{n!m!l!\,p!}} \\
&\times \left(\sqrt{(l+1)(l+2)}\,{}_{ba}\langle p, l+2| + \sqrt{p}\,{}_{ba}\langle p-1, l|\right) \\
&\times \left(\sqrt{(n+1)(n+2)}\,|n+2, m\rangle_{ab} + \sqrt{m}\,|n, m-1\rangle_{ab}\right).
\end{aligned} \tag{9}$$

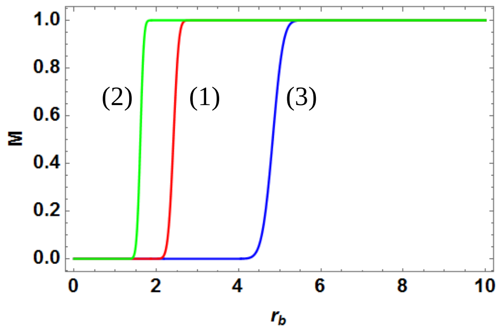
Do đó, ma trận mật độ $\hat{\rho}_a$ của trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp đối với mode a là

$$\hat{\rho}_a = Tr_b\left(\hat{\rho}\right) = \left|N_{\alpha\beta}\right|^2 \exp\left(-\left|\alpha\right|^2 - \left|\beta\right|^2\right) Tr_b \sum_{n,m,l,p=0}^{\infty} \frac{\alpha^n \beta^m \alpha^{*l} \beta^{*p}}{\sqrt{n!m!l!p!}}$$
$$\times\left(\sqrt{(l+1)(l+2)}\,{}_{ba}\langle p, l+2| + \sqrt{p}\,{}_{ba}\langle p-1, l|\right)$$
$$\times\left(\sqrt{(n+1)(n+2)}\,|n+2, m\rangle_{ab} + \sqrt{m}\,|n, m-1\rangle_{ab}\right). \quad (10)$$

Thực hiện biến đổi ta được entropy tuyến tính của trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp có dạng

$$M = 1 - Tr(\hat{\rho}_a^2) = 1 - \left|N_{\alpha\beta}\right|^4 \exp\left(-2\left(\left|\alpha\right|^2 + \left|\beta\right|^2\right)\right)$$
$$\times\left\{ \sum_{n,m,l,m'=0}^{\infty} \frac{\left|\alpha\right|^{2(n+l)} \left|\beta\right|^{2(m+m')}}{n!m!l!m'!} \right.$$
$$\times((l+1)(l+2) + (n+1)(n+2))(\beta\alpha^2 + \beta^*\alpha^{*2})$$
$$+ \sum_{n,m,l,m'=0}^{\infty} \frac{\left|\alpha\right|^{2(n+l)} \left|\beta\right|^{2(m+m')}}{n!m!l!m'!} \times 2m'(\alpha^2\beta + \alpha^{*2}\beta^*)$$
$$+ \sum_{n,m,l,m'=0}^{\infty} \frac{\left|\alpha\right|^{2(n+l)} \left|\beta\right|^{2(m+m')}}{n!m!l!m'!} \times (\alpha^4\beta^2 + \alpha^{*4}\beta^{*2})$$
$$+ \sum_{n,m,l,m'=0}^{\infty} \frac{\left|\alpha\right|^{2(n+l)} \left|\beta\right|^{2(m+m')}}{n!m!l!m'!} \times \left((n+1)(n+2)(l+1)(l+2) + mm'\right) \quad (11)$$
$$+ \sum_{n,m,l,m'=0}^{\infty} \frac{\left|\alpha\right|^{2(n+l+2)} \left|\beta\right|^{2(m+m')}}{n!m!l!m'!} \times (m + m')$$
$$\left. + \sum_{n,m,l,m'=0}^{\infty} \frac{\left|\alpha\right|^{2(n+l)} \left|\beta\right|^{2(m+m')}}{n!m!l!(m'-1)!} \times \left((l+1)(l+2) + (n+1)(n+2)\right) \right\}.$$

Để thuận tiện cho việc khảo sát biểu thức (11) ta chọn các thông số $\alpha = r_a \exp(i\varphi_a), \beta = r_b \exp(i\varphi_b)$ và khảo sát theo biên độ r_b và pha dao động φ_b với điều kiện khảo sát là $r_a=2r_b$, $0 \le r_b \le 10, \varphi_b = 0, \varphi_a = \frac{\pi}{2}.$ Kết quả khảo sát tính đan rối của trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp được cho bởi đồ thị sau:



Hình 4: *Khảo sát sự phụ thuộc của tham số M vào biên độ kết hợp r_b trong các trường hợp $r_a=2r_b$ (đường (3)), $r_a=4r_b$ (đường (1)) và $r_a=6r_b$ (đường (2))*

Kết quả hình 4 cho thấy tham số M nằm trong khoảng từ 0 đến 1 nên trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp là trạng thái đan rối. Khi biên độ r_a càng lớn so với biên độ r_b thì mức độ đan rối càng nhanh tiến đến 1 điều đó chứng tỏ trạng thái này càng rối. Như vậy, trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp đạt đến cấp độ đan rối cực đại khi ta chọn các thông số phù hợp và thoả mãn điều kiện đan rối để thực hiện nhiệm vụ quá trình viễn tải lượng tử.

3. Quá trình viễn tải lượng tử với trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp

3.1. Khảo sát quá trình viễn tải lượng tử với trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp

Trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp được biểu diễn theo trạng thái Fock có dạng

$$|\psi\rangle_{ab} = N_{\alpha,\beta} \exp\left(-\frac{|\alpha|^2+|\beta|^2}{2}\right)\sum_{n,m=0}^{\infty}\frac{\alpha^n\beta^m}{\sqrt{n!m!}} \times\left[\sqrt{(n+1)(n+2)}\,|n+2,m\rangle_{ab}+\sqrt{m}\,|n,m-1\rangle_{ab}\right]. \quad (12)$$

Đây là một trạng thái rối hai mode, do đó trạng thái này được sử dụng làm nguồn rối để viễn tải lượng tử một trạng thái kết hợp.

Theo mô hình viễn tải của Agarwal và Gábris, bên gởi thông tin là An và bên nhận thông tin là Bình. Trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp có hai mode *a* và *b*, trong đó mode *a* được đưa tới An và mode *b* được đưa tới Bình, trạng thái được viễn tải là trạng thái kết hợp $|\gamma\rangle_c$ tương ứng với mode *c* được đưa vào An. Tại nơi gửi thông tin, đầu tiên An sẽ thực hiện việc tổ hợp trạng thái $|\gamma\rangle_c$ và $|\psi\rangle_{ab}$ trở thành một trạng thái ba mode có dạng

$$\left|\psi\right\rangle_{abc} = N_{\alpha,\beta}\exp\left(-\frac{\left|\alpha\right|^2+\left|\beta\right|^2}{2}^2\right)\sum_{n,m=0}^{\infty}\frac{\alpha^n\beta^m}{\sqrt{n!m!}} \tag{13}$$
$$\times\left[\sqrt{(n+1)(n+2)}\left|n+2,m\right\rangle_{ab}\left|\gamma\right\rangle_c+\sqrt{m}\left|n,m-1\right\rangle_{ab}\left|\gamma\right\rangle_c\right].$$

Tiếp theo, An dùng phép đo Bell tổ hợp trên hai mode *a* và *c* để đo thông tin về mức độ đan rối giữa $\left|\gamma\right\rangle_c$ và $\left|\psi\right\rangle_{ab}$ dựa trên hai mode *a* và *c*. Phép đo này hình thành nên một trạng thái rối phức hợp, chính là trạng thái Bell. Trạng thái Bell được biểu diễn qua trạng thái Fock như sau

$$\left|B(X,P)\right\rangle_{ca} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sum_{k=0}^{\infty}\hat{D}_c(2A)\left|k,k\right\rangle_{ac}. \tag{14}$$

Khi phép đo tổ hợp hoàn thành, trạng thái này sụp đổ. Do Bình và An cùng chia sẻ trạng thái rối nên Bình có trạng thái sau

$$\left|\psi\right\rangle_B = \frac{2}{\sqrt{\pi}}N_{\alpha,\beta}\exp\left(-\frac{\left|\alpha\right|^2+\left|\beta\right|^2}{2}^2\right)$$
$$\times\sum_{n,m=0}^{\infty}\frac{\alpha^n\beta^m}{\sqrt{n!m!}}\exp\left(A^*\gamma-A\gamma^*\right)\exp\left(-\frac{1}{2}\left|\gamma-2A\right|^2\right) \tag{15}$$
$$\times\left[\frac{1}{\sqrt{n!}}(\gamma-2A)^{n+2}\left|m\right\rangle_b+\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{n!}}(\gamma-2A)^n\left|m-1\right\rangle_b\right].$$

Bây giờ, bên Bình tồn tại trạng thái ứng với mode *b* chứa các thông tin về mode *c*. Bình sẽ thực hiện phép dịch chuyển $\hat{D}(g2A)$ để xây dựng lại trạng thái được viễn tải ban đầu $\left|\gamma\right\rangle_c$, với *g* là hệ số điều khiển mà Bình dùng để hoàn thiện độ trung thực của quá trình viễn tải. Trạng thái cuối cùng thu được trong quá trình viễn tải sẽ là

$$\left|\psi\right\rangle_{out} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}N_{\alpha,\beta}\exp\left(-\frac{\left|\alpha\right|^2+\left|\beta\right|^2}{2}^2\right)\sum_{n,m=0}^{\infty}\frac{\alpha^n\beta^m}{\sqrt{n!m!}}$$
$$\times\exp\left(A^*\gamma-A\gamma^*\right)\exp\left(-\frac{1}{2}\left|\gamma-2A\right|^2\right) \tag{16}$$
$$\times\left[\frac{1}{\sqrt{n!}}(\gamma-2A)^{n+2}\hat{D}(g2A)\left|m\right\rangle_b\right.$$
$$\left.+\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{n!}}(\gamma-2A)^n\hat{D}(g2A)\left|m-1\right\rangle_b\right].$$

Đến thời điểm này, quá trình viễn tải đã hoàn thành và để đánh giá mức độ thành công của quá trình viễn tải chúng ta phải dựa vào độ trung thực trung bình F_{av}.

3.2. Độ trung thực trung bình F_{av}

Độ trung thực trung bình F_{av} được dùng để xác định sự thành công của quá trình viễn tải. Với $F_{av} = 0,5$ là giới hạn của viễn tải cổ điển. Quá trình viễn tải là thành công nếu $0,5 \le F_{av} \le 1$. Một quá trình viễn tải được đánh giá là hoàn hảo nếu đạt được $F_{av} = 1$. Độ trung thực trung bình trong quá trình viễn tải được xác định như sau

$$F_{av} = \int \left| {}_{in}\langle \psi | \psi \rangle_{out} \right|^2 d^2 A. \tag{17}$$

Để xác định F_{av} ta tính

$$\begin{aligned}
{}_{in}\langle \psi | \psi \rangle_{out} &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} N_{\alpha,\beta} \exp\left(-\frac{|\alpha|^2 + |\beta|^2}{2} \right)^2 \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{\alpha^n \beta^m}{\sqrt{n!m!}} \\
&\times \exp\left(A^* \gamma - A \gamma^* \right) \exp\left(-\frac{1}{2} |\gamma - 2A|^2 \right) \\
&\times \left[\frac{1}{\sqrt{n!}} (\gamma - 2A)^{n+2} \langle \gamma | \hat{D}(g2A) | m \rangle_b \right. \\
&\left. + \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{n!}} (\gamma - 2A)^n \langle \gamma | \hat{D}(g2A) | m-1 \rangle_b \right].
\end{aligned} \tag{18}$$

Thay (18) vào (17) ta thu được độ trung thực trung bình như sau

$$\begin{aligned}
F_{av} &= \int \left| {}_{in}\langle \psi | \psi \rangle_{out} \right|^2 d^2 A = \frac{4}{\pi} |N_{\alpha,\beta}|^2 \exp\left(-|\alpha|^2 - |\beta|^2 \right) \\
&\times \exp\left(-|\gamma - 2A|^2 - |\gamma - g2A|^2 \right) \sum_{n,m,l,p=0}^{\infty} \frac{\alpha^n \beta^m \alpha^{*l} \beta^{*p}}{n!m!l!p!} \\
&\times \left\{ (\gamma - 2A)^{n+2} \left(\gamma^* - g2A^* \right)^m \left(\gamma^* - 2A^* \right)^{l+2} (\gamma - g2A)^p \right. \\
&+ p(\gamma - 2A)^{n+2} \left(\gamma^* - g2A^* \right)^m \left(\gamma^* - 2A^* \right)^l (\gamma - g2A)^{p-1} \\
&+ m(\gamma - 2A)^n \left(\gamma^* - g2A^* \right)^{m-1} \left(\gamma^* - 2A^* \right)^{l+2} (\gamma - g2A)^p \\
&\left. + mp(\gamma - 2A)^n \left(\gamma^* - g2A^* \right)^{m-1} \left(\gamma^* - 2A^* \right)^l (\gamma - g2A)^{p-1} \right\} d^2 A.
\end{aligned} \tag{19}$$

Biểu thức (19) cho biết độ trung thực trung bình dưới dạng tổng quát, với g là hệ số điều khiển Bình dùng để hoàn thiện độ trung thực của quá trình viễn tải, nên ta có thể chọn g để điều khiển độ trung thực trung bình. Chọn trường hợp $g = 0$ và thực hiện các bước biến đổi, ta thu được biểu thức độ trung thực trung bình có dạng

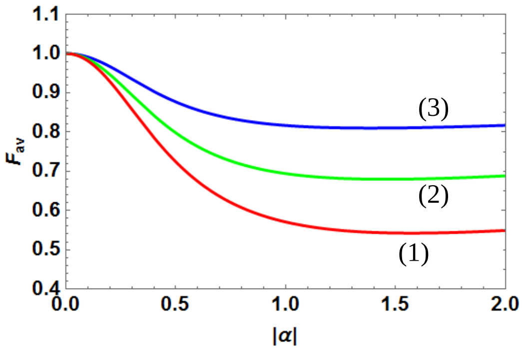
$$\begin{aligned} F_{av} = {} & \frac{\left|N_{\alpha,\beta}\right|^2}{\pi}\exp\left(-|\alpha|^2-|\beta|^2\right)\exp\left(-|\gamma|^2\right) \\ & \times \sum_{n,m,l,p=0}^{\infty}\frac{\alpha^n\beta^m\alpha^{*l}\beta^{*p}}{n!m!l!p!}\int \exp\left(-|\gamma-2A|^2\right) \\ & \times\Big\{(\gamma-2A)^{n+2}\left(\gamma^*-2A^*\right)^{l+2}\gamma^{*m}\gamma^p \\ & + p(\gamma-2A)^{n+2}\left(\gamma^*-2A^*\right)^{l}\gamma^{*m}(\gamma)^{p-1} \\ & + m(\gamma-2A)^{n}\left(\gamma^*-2A^*\right)^{l+2}\left(\gamma^*\right)^{m-1}\gamma^p \\ & + mp(\gamma-2A)^{n}\left(\gamma^*-2A^*\right)^{l}\left(\gamma^*\right)^{m-1}(\gamma)^{p-1}\Big\}d^2(\gamma-2A). \end{aligned} \tag{20}$$

Thực hiện các phép biến đổi ta thu được

$$\begin{aligned} F_{av} = {} & \left|N_{\alpha,\beta}\right|^2\exp\left(-|\alpha|^2-|\beta|^2\right)\exp\left(-|\gamma|^2\right) \\ & \times\Bigg\{\sum_{n,m,p=0}^{\infty}\frac{|\alpha|^{2n}\beta^m\beta^{*p}\gamma^{*m}\gamma^p}{n!m!p!}(n+1)(n+2) \\ & + \sum_{n,m,p=0}^{\infty}\frac{|\alpha|^{2n}\beta^m\beta^{*p}\gamma^{*m}(\gamma)^{p-1}}{n!m!p!}p\alpha^{*2} \\ & + \sum_{m,l,p=0}^{\infty}\frac{|\alpha|^{2l}\beta^m\beta^{*p}\left(\gamma^*\right)^{m-1}\gamma^p}{m!l!p!}m\alpha^2 \\ & + \sum_{n,m,p=0}^{\infty}\frac{|\alpha|^{2n}\beta^m\beta^{*p}\left(\gamma^*\right)^{m-1}(\gamma)^{p-1}}{n!m!p!}mp\Bigg\}. \end{aligned} \tag{21}$$

Để thuận lợi cho việc khảo sát, chúng ta sẽ khảo sát $|\beta|$ và $|\gamma|$ theo $|\alpha|$ với $|\beta|=|\gamma|=k|\alpha|$, từ đó độ trung thực trung bình được viết lại dưới dạng

$$\begin{aligned} F_{av} = {} & \frac{\exp(-|\alpha|^2-2k^2|\alpha|^2)}{2+4|\alpha|^2+|\alpha|^4+k\alpha^3+k\alpha^{*3}+k^2|\alpha|^2} \\ & \times\Bigg\{\sum_{n,m,p=0}^{\infty}\frac{|\alpha|^{2n}(k|\alpha|)^{2m+2p}}{n!m!p!}(n+2)(n+1) \\ & + \sum_{n,m,p=0}^{\infty}\frac{|\alpha|^{2n+2}(k|\alpha|)^{2m+2p-1}}{n!m!p!}p\alpha^{*2} \\ & + \sum_{m,l,p=0}^{\infty}\frac{|\alpha|^{2l+2}(k|\alpha|)^{2m+2p-1}}{m!l!p!}m\alpha^2 \\ & + \sum_{n,m,p=0}^{\infty}\frac{|\alpha|^{2n}(k|\alpha|)^{2m+2p-2}}{m!n!p!}mp\Bigg\}. \end{aligned} \tag{22}$$



Hình 5: *Sự phụ thuộc của độ trung thực trung bình F_{av} vào biên độ kết hợp $|\alpha|$ với các giá trị k=1,5 ứng với đường (2); k=1,1 ứng với đường (3); k=0,6 ứng với đường (1)*

Chúng tôi khảo sát sự phụ thuộc của F_{av} vào biên độ kết hợp $|\alpha|$ theo biểu thức (22) để đánh giá về quá trình viễn tải lượng tử với nguồn rối là trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp. Kết quả khảo sát được thể hiện trên hình sau:

Từ đồ thị hình 5 cho ta thấy rằng nếu các giá trị của *k* đưa vào phù hợp thì F_{av} nằm trong khoảng $0,5 \le F_{av} \le 1$ tức là quá trình viễn tải thành công.

4. Kết luận

Trong bài báo này, chúng tôi sử dụng tiêu chuẩn đan rối Hillery-Zubairy bậc cao và tiêu chuẩn Entropy tuyến tính để khảo sát tính đan rối của trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp và sử dụng trạng thái này làm nguồn rối để thực hiện viễn tải lượng tử. Kết quả cho thấy:

Thứ nhất, trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp là một trạng thái đan rối theo tiêu chuẩn Hillery-Zubairy bậc cao và tiêu chuẩn Entropy tuyến tính. Khi xác định các tham số trạng thái phù hợp thì trạng thái này là một trạng thái đan rối hoàn toàn và có thể sử dụng chúng như là một nguồn tài nguyên đan rối để viễn tải lượng tử.

Thứ hai, chúng tôi đã thực hiện quá trình viễn tải lượng tử với nguồn rối là trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp và đánh giá sự thành công của quá trình viễn tải thông qua độ trung thực trung bình của quá trình viễn tải. Kết quả cho thấy quá trình viễn tải là thành công, độ trung thực trung bình của quá trình viễn tải nằm trong khoảng $0,5 \le F_{av} \le 1$ với trạng thái có biên độ bé. Tuy nhiên, độ trung thực của quá trình viễn tải là chưa ổn định và phụ thuộc vào các tham số đưa vào, độ trung thực trung bình tiến gần đến 1 khi chọn các giá trị tham số $|\beta| = |\gamma| = k|\alpha|$.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Glauber. R. J. (1963), Phys. Rev. Lett, 131, 2766

2. Sudarshan. E. C. G. (1963), Phys. Rev. Lett, 10, 277

3. Agarwal. G. S. and Tara. K. (1991), Physical Review A, 43, 492

4. Nguyễn Minh Nhân (2017), "Nghiên cứu các tính chất phi cổ điển của trạng thái thêm hai và bớt một photon lên hai mode kết hợp", Luận văn Thạc sĩ Vật lý, Trường Đại học Sư phạm Huế

5. Hillery M. and Zubairy M. S. (2006), Phys. Rev. A, 74(3), 032333

INVESTIGATING ENTANGLEMENT AND QUANTUM TELEPORTATION WITH TWO-PHOTON-ADDED AND SINGLE-PHOTON-SUBTRACTED TWO-MODE COHERENT STATES

ABSTRACT

In this paper, we investigate entanglement property of two-photon-added and single-photon-subtracted two-mode coherent states. The obtained results show that this state is entangled satisfying higher-order Hillery-Zubairy entangled and linear Entroyp conditions. This state is used as an entangled resource for quantum teleportation of a coherent state. Considering the average fidelity on the graphs, we found that the quantum teleportation process is successful with Fav approaches 1.

Keywords: *Entanglement conditions, quantum teleportation*

(Received: 11/6/2018, Revised: 26/6/2018, Accepted for publication: 19/3/2019)